

Statistical interpretation of data -  
Part 6: Determination of statistical tolerance intervals

Interprétation statistique des données -  
Partie 6: Détermination des intervalles statistiques de dispersion

Tato norma je českou verzí mezinárodní normy ISO 16269-6:2014. Překlad byl zajištěn Českou agenturou pro normalizaci. Má stejný status jako oficiální verze.

This standard is the Czech version of the International Standard ISO 16269-6:2014. It was translated by Czech Standardisation Agency. It has the same status as the official version.

## Národní předmluva

### Informace o citovaných dokumentech

ISO 3534-1:2006 zavedena v ČSN ISO 3534-1:2010 (01 0216) Statistika - Slovník a značky - Část 1: Obecné statistické termíny a termíny používané v pravděpodobnosti

ISO 3534-2:2006 zavedena v ČSN ISO 3534-2:2010 (01 0216) Statistika - Slovník a značky - Část 2: Aplikovaná statistika

### Související ČSN

ČSN ISO 2602:1993 (01 0231) Statistická interpretace výsledků zkoušek. Odhad průměru. Konfidenční interval

ČSN ISO 2854:1994 (01 0234) Statistická interpretace údajů. Odhady a testy středních hodnot a rozptylů

ČSN ISO 5479:1998 (01 0239) Statistická interpretace údajů - Testy odchýlení od normálního rozdělení

TNI 01 4109-3:2011 (014109) Nejistoty měření - Část 3: Pokyn pro vyjádření nejistoty měření (GUM:1995)  
(Pokyn ISO/IEC 98-3)

Vysvětlivky k textu této normy

V případě nedatovaných odkazů na evropské/mezinárodní normy jsou ČSN uvedené v člancích „Informace o citovaných dokumentech“ a „Souvisící ČSN“ nejnovějšími vydáními, platnými v době schválení této normy. Při používání této normy je třeba vždy použít taková vydání ČSN, která přejímají nejnovější vydání nedatovaných evropských/mezinárodních norem (včetně všech změn).

Upozornění na národní poznámky

Do této normy byly k článku 4.1 a ke kapitole A.1 doplněny národní poznámky.

Vypracování normy

Zpracovatel odborného překladu: RNDr. Gejza Dohnal, CSc., IČO 11210567

Technická normalizační komise: TNK 4 Aplikace statistických metod

Vydala: Česká agentura pro standardizaci, státní příspěvková organizace

**Citované dokumenty a souvisící ČSN lze získat v e-shopu.**

Česká agentura pro standardizaci je státní příspěvková organizace zřízená Úřadem pro technickou normalizaci, metrologii a státní zkušebnictví na základě ustanovení § 5 odst. 2 zákona č. 22/1997 Sb., o technických požadavcích na výrobky a o změně a doplnění některých zákonů, ve znění pozdějších předpisů.

# MEZINÁRODNÍ NORMA

Statistická interpretace dat –  
ISO 16269-6

Část 6: Stanovení statistických tolerančních  
intervalů

Druhé vydání  
2014-01-15

ICS 03.120.30

## Obsah

	Strana
Předmluva.....	
..... 5	
Úvod.....	
..... 6	
<b>1.....</b> Předmět normy.....	8
<b>2.....</b> Citované dokumenty.....	8
<b>3.....</b> Termíny, definice a značky.....	8
<b>3.1.....</b> Termíny a definice.....	8
<b>3.2.....</b> Značky.....	9
<b>4.....</b> Postupy.....	10
<b>4.1.....</b> Normálně rozdělený soubor se známým rozptylem a známou střední hodnotou.....	10
<b>4.2.....</b> Normálně rozdělený soubor s neznámou střední hodnotou a se známým rozptylem.....	10
<b>4.3.....</b> Normálně rozdělený soubor s neznámým rozptylem a neznámou střední hodnotou.....	10
<b>4.4.....</b> Normální základní soubory s neznámými středními hodnotami a neznámým společným rozptylem.....	10
<b>4.5.....</b> Libovolné spojitě rozdělení neznámého	

typu.....	10
<b>5.....</b>	
Příklady.....	11
<b>5.1.....</b> Data pro příklady 1 a	
2.....	11
<b>5.2.....</b> Příklad 1: Jednostranný statistický toleranční interval s neznámým rozptylem a neznámou střední hodnotou.....	11
<b>5.3.....</b> Příklad 2: Dvostranný statistický toleranční interval při neznámé střední hodnotě a neznámém rozptylu.....	12
<b>5.4.....</b> Data pro příklady 3 a	
4.....	12
<b>5.5.....</b> Příklad 3: Jednostranný statistický toleranční interval pro oddělené základní soubory s neznámým společným rozptylem.....	13
<b>5.6.....</b> Příklad 4: Dvostranné statistické toleranční intervaly pro oddělené základní soubory s neznámým společným rozptylem.....	14
<b>5.7.....</b> Příklad 5: Libovolné rozdělení neznámého typu.....	16
<b>Příloha A</b> (informativní) Přesné součinitele $k$ pro statistické toleranční intervaly pro normální rozdělení	17
<b>Příloha B</b> (informativní) Formuláře pro statistické toleranční intervaly.....	21
<b>Příloha C</b> (normativní) Koeficienty $k_c(n; p; 1 - a)$ pro jednostrannou statistickou toleranční mez při neznámém $s$ .....	25
<b>Příloha D</b> (normativní) Koeficienty $k_D(n; m; p; 1 - a)$ pro dvoustranné statistické toleranční meze při neznámém společném $s$ ( $m$ vzorků).....	31
<b>Příloha E</b> (normativní) Statistické toleranční intervaly nezávislé na spojitém rozdělení pravděpodobnosti.....	47
<b>Příloha F</b> (informativní) Výpočet součinitelů pro dvoustranné parametrické statistické toleranční intervaly.....	49
<b>Příloha G</b> (informativní) Konstrukce statistického tolerančního intervalu nezávislého na typu pravděpodobnostního rozdělení.....	50
Bibliografie.....	51



## **DOKUMENT CHRÁNĚNÝ COPYRIGHTEM**

© ISO 2014

Veškerá práva vyhrazena. Žádná část této publikace nesmí být, není-li specifikováno jinak nebo nepožaduje-li se to v souvislosti s její implementací, reprodukována nebo používána v jakékoliv formě nebo jakýmkoliv způsobem, elektronickým ani mechanickým, včetně pořizování fotokopíí nebo zveřejňování na internetu nebo intranetu, bez předchozího písemného souhlasu. O souhlas lze požádat buď ISO na níže uvedené adrese, nebo členskou organizaci ISO v zemi žadatele.

ISO copyright office

CP 401 · Ch. de Blandonnet 8

CH-1214 Vernier, Geneva

Tel.: + 41 22 749 01 11

E-mail: [copyright@iso.org](mailto:copyright@iso.org)

Web: [www.iso.org](http://www.iso.org)

Publikováno ve Švýcarsku

# Předmluva

ISO (Mezinárodní organizace pro normalizaci) je celosvětová federace národních normalizačních orgánů (členů ISO). Mezinárodní normy obvykle vypracovávají technické komise ISO. Každý člen ISO, který se zajímá o předmět, pro který byla vytvořena technická komise, má právo být v této technické komisi zastoupen. Práce se zúčastňují také vládní i nevládní mezinárodní organizace, s nimiž ISO navázala pracovní styk. ISO úzce spolupracuje s Mezinárodní elektrotechnickou komisí (IEC) ve všech záležitostech normalizace v elektrotechnice.

Postupy použité při tvorbě tohoto dokumentu a postupy určené pro jeho další udržování jsou popsány ve směrnících ISO/IEC, část 1. Zejména se má věnovat pozornost rozdílným schvalovacím kritériím potřebným pro různé druhy dokumentů ISO. Tento dokument byl vypracován v souladu s redakčními pravidly uvedenými ve směrnících ISO/IEC, část 2 (viz [www.iso.org/directives](http://www.iso.org/directives)).

Upozorňuje se na možnost, že některé prvky tohoto dokumentu mohou být předmětem patentových práv. ISO nelze činit odpovědnou za identifikaci jakéhokoliv nebo všech patentových práv. Podrobnosti o jakýchkoliv patentových právech identifikovaných během přípravy tohoto dokumentu budou uvedeny v úvodu a/nebo v seznamu patentových prohlášení obdržných ISO (viz [www.iso.org/patents](http://www.iso.org/patents)).

Jakýkoliv obchodní název použitý v tomto dokumentu se uvádí jako informace pro usnadnění práce uživatelů a neznamena schválení.

Vysvětlení významu specifických termínů a výrazů ISO souvisejících s hodnocením shody, stejně jako informace o dodržování principů WTO podle ISO v oblasti technických překážek v obchodu (TBT), viz následující URL:

[Foreword ? Supplementary information](#)

Technická komise zodpovědná za tento dokument je ISO/TC 69 *Aplikace statistických metod*.

Toto druhé vydání zrušuje a nahrazuje první vydání (ISO 16269:2005), které bylo technicky revidováno.

ISO 16269 se skládá z následujících částí se společným názvem *Statistická interpretace dat*:

- Část 4: Detekce a ošetření odlehlých pozorování
- Část 6: Stanovení statistických tolerančních intervalů
- Část 7: Medián - Odhady a intervaly spolehlivosti
- Část 8: Stanovení předpovědních intervalů

# Úvod

Statistický toleranční interval je z výběru odhadnutý interval, o němž lze tvrdit, že s pravděpodobností  $1 - a$ , například 95 %, obsahuje alespoň specifikovaný podíl  $p$  jednotek základního souboru. Meze statistického tolerančního intervalu se nazývají statistické toleranční meze. Konfidenční úroveň  $1 - a$  je pravděpodobnost, že statistický toleranční interval sestrojený předepsaným způsobem bude obsahovat alespoň podíl  $p$  základního souboru. Obráceně, pravděpodobnost, že tento interval bude obsahovat méně než podíl  $p$  základního souboru, je rovna  $a$ . Tato část ISO 16269 popisuje jak jednostranné, tak dvoustranné statistické toleranční intervaly; jednostranný interval je sestrojen s horní nebo dolní mezí, zatímco dvoustranný interval je sestrojen jak s horní, tak s dolní mezí.

Statistický toleranční interval závisí na konfidenční úrovni  $1 - a$  a zadaném podílu základního souboru  $p$ . Konfidenční úroveň statistického tolerančního intervalu je dobře srozumitelná z analogie s intervalem spolehlivosti pro určitý parametr. Výrok o spolehlivosti v případě intervalu spolehlivosti říká, že tento interval obsahuje skutečnou hodnotu daného parametru v podílu  $1 - a$  případů při dlouhé řadě opakovaných náhodných výběrů za stejných podmínek. Podobně výrok o spolehlivosti u statistického tolerančního intervalu říká, že alespoň podíl  $p$  základního souboru je v tomto intervalu obsažen v podílu  $1 - a$  případů při dlouhé řadě opakovaných náhodných výběrů za stejných podmínek. Jinými slovy, pokud budeme uvažovat daný podíl  $p$  základního souboru jako určitý parametr, pak je myšlenka statistických tolerančních intervalů obdobná jako myšlenka intervalů spolehlivosti.

Statistické toleranční intervaly jsou funkcemi pozorování ve výběru, tj. statistikami, a obecně nabývají pro různé výběry rozdílných hodnot. Pro platnost postupů poskytovaných v této části ISO 16269 je nezbytné, aby pozorování byla nezávislá.

Tato část ISO 16269 nabízí dva typy tolerančního intervalu: parametrický a na rozdělení nezávislý. Parametrický přístup je založen na předpokladu, že v základním souboru studovaný znak má normální rozdělení; z tohoto důvodu je zaručena pravděpodobnost jevu, že vypočtený statistický toleranční interval obsahuje alespoň podíl  $p$  základního souboru, je-li pravdivý předpoklad o normalitě. Pro normálně rozdělené znaky se statistický toleranční interval stanoví pomocí formulářů A, B nebo C uvedených v příloze B.

Parametrické metody pro rozdělení jiná než normální se v této části ISO 16269 neuvažují. Při podezření, že základní soubor vykazuje odchylku od normality, mohou být sestrojeny statistické toleranční intervaly nezávislé na rozdělení. Postup pro stanovení statistického tolerančního intervalu pro jakékoliv spojitě rozdělení je nabídnut ve formuláři D v příloze B.

Statistické toleranční meze diskutované v této části ISO 16269 se mohou použít ve statistickém řízení procesu pro porovnání přirozené způsobilosti procesu s jednou nebo dvěma danými mezními hodnotami, buď horní mezní hodnotou  $U$ , nebo dolní mezní hodnotou  $L$ , nebo s oběma.

Nad horní mezní hodnotou  $U$  je horní podíl neshodných  $p_U$  (ISO 3534-2:2006, 2.5.4) a pod dolní mezní hodnotou  $L$  je dolní podíl neshodných  $p_L$  (ISO 3534-2:2006, 2.5.5). Součet  $p_U + p_L = p_t$  se nazývá celkovým podílem neshodných (ISO 3534-2:2006, 2.5.6). Mezi mezními hodnotami  $U$  a  $L$  leží podíl shodných  $1 - p_t$ .

Myšlenky, na nichž jsou založeny statistické toleranční intervaly, jsou rozšířenější, než se obvykle předpokládá - například se uplatňují při statistické přejímce podle proměnných a při statistickém řízení procesů, jak bude uvedeno v následujících dvou odstavcích.

Při statistické přejímce jsou meze  $U$  a/nebo  $L$  známy, hodnoty  $p_U$ ,  $p_L$  nebo  $p_t$  jsou stanoveny jako mez přijatelná kvality (AQL, *Acceptable Quality Limit*),  $a$  je implicitně dáno a dávka je přijata tehdy, pokud existuje alespoň implicitní spolehlivost  $100(1 - a) \%$ , že hodnota AQL nebude překročena.

Při statistickém řízení procesu jsou meze  $U$  a  $L$  pevně dány předem a podíly  $p_U$ ,  $p_L$  a  $p_T$  jsou buď vypočteny, lze-li rozdělení považovat za známé, nebo jinak odhadnuty. Toto je příklad aplokace v oblasti řízení jakosti, ale existuje mnohem více aplikací a statistických intervalů, jak je uvedeno v řadě učebnic, například Hahn a Meeker<sup>[13]</sup>.

Naproti tomu pro toleranční intervaly uvažované v této části ISO 16269 jsou konfidenční úroveň pro intervalový odhad a podíl rozdělení uvnitř intervalu (odpovídající výše uvedenému podílu shodných) pevně dány předem a meze jsou odhadnuty. Tyto meze mohou být porovnány s  $U$  a  $L$ . V důsledku toho vhodnost daných mezních hodnot  $U$  a  $L$  může být porovnána s reálným chováním procesu. Jednostranné toleranční intervaly se používají pouze tehdy, existuje-li buď horní mezní hodnota  $U$  nebo dolní mezní hodnota  $L$ , zatímco dvoustranné intervaly se používají, uvažuje-li se současně jak horní, tak dolní mezní hodnota.

Vzhledem k těmto různým mezím a intervalům dochází k terminologickým nejasnostem, jako například „mezní hodnoty“ („specification limits“) se dříve nazývaly rovněž „toleranční meze“ („tolerance limits“) – viz terminologickou normu ISO 3534-2:1993, 1.4.3, kde jak tyto termíny, tak termín „mezní hodnoty“ („limiting values“) byly všechny používány pro tento pojem jako synonyma. Při poslední revizi ISO 3534-2:2006, 3.1.3, byl pro tento pojem ponechán pouze termín „mezní hodnoty“ („specification limits“). Kromě toho Pokyn pro vyjádření nejistoty měření<sup>[5]</sup> používá termín „koeficient rozšíření“ („coverage factor), který je definován jako „číselná hodnota koeficientu užívaná pro výpočet kombinované standardní nejistoty“ k získání rozšířené nejistoty. Toto použití termínu „rozšíření“ („coverage“) se liší od použití tohoto termínu v této části ISO 16269.

První vydání této normy obsahovalo rozsáhlé tabulky součinitele  $k$  pro jednostranné i dvojstranné toleranční intervaly, a to v případě, kdy střední hodnota (průměr) není známa, ale směrodatná odchylka je známa. V tomto druhém vydání jsou tyto tabulky vynechány. Namísto nich jsou v příloze A uvedeny přesné hodnoty součinitele  $k$  pro případy, kdy jeden z parametrů normálního rozdělení (tj. průměr nebo směrodatná odchylka) není znám, zatímco druhý parametr je znám.

První vydání této normy se zabývalo statistickými tolerančními intervaly založenými pouze na jednom výběru o velikosti  $n$ . Toto druhé vydání rozšiřuje úvahu na  $m$  populací se stejnou směrodatnou odchylkou, přičemž vychází z výběrů z každé z těchto  $m$  populací a každý výběr má stejnou velikost  $n$ .

# 1 Předmět normy

Tato část ISO 16269 popisuje postupy pro určení tolerančních intervalů, které zahrnují alespoň specifikovaný podíl základního souboru se specifikovanou konfidenční úrovní. Nabízejí se jak jednostranné, tak dvoustranné statistické toleranční intervaly, přičemž jednostranný interval má buď horní nebo dolní mez, zatímco dvoustranný interval má jak horní, tak dolní mez. Jsou uvedeny dvě metody: parametrická metoda pro případ, když studovaný znak má normální rozdělení, a metoda nezávislá na rozdělení pro případ, když není k dispozici informace o rozdělení kromě toho, že toto rozdělení je spojité. Existuje také postup pro stanovení dvojstranných statistických tolerančních intervalů pro více než jeden výběr z normálního rozdělení se společnou (stejnou) neznámou variancí.

**Konec náhledu - text dále pokračuje v placené verzi ČSN.**